

四探针 Mapping 自动测试仪中电阻率温度系数的规范化拟合多项式的应用

孙以材¹, 孟庆浩², 宫云梅¹, 赵卫萍¹, 武建平¹

(1. 河北工业大学微电子所, 天津 300130; 2. 天津大学自动化学院, 天津 300072)

摘要: 本文回顾了单晶硅及扩散硅的电阻率温度系数(TCR)的实验结果,认为美国 ASTM 的 TCR 曲线是比较完整、确切的. 利用我们开发的规范化多项式拟合方法,可将它表示成五阶多项式. 将它存入具图像识别四探针定位功能自动测试系统的计算机中后,可以立即得到折合到 23 的硅单晶断面的电阻率分布. 本文阐述了规范化拟合的原理,给出了单晶硅的 TCR 的拟合结果.

关键词: 半导体材料电阻率温度系数; 电阻率分布; 规范化多项式拟合; 非线性函数

中图分类号: TN325 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 08-1438-04

An Application of Normalized Matching Polynomials of TCR to Automatic Mapping Instrument with Four-Point Probe

SUN Yi-cai¹, MENG Qing-hao², GONG Yun-mei¹, ZHAO Wei-ping¹, WU Jian-ping¹

(1. Hebei University of Technology, Microelectronics Institute, Tianjin 300130, China;

2. Tianjin University, Automation College, Tianjin 300072, China)

Abstract: It was recalled to the experimental results about TCR for monocrystal silicon as well as diffused silicon, and confirmed that the TCR curves for monocrystal silicon published in ASTM is complete and definite. They can be expressed as polynomials with five orders by using the normalized match, developed by us. After they were reserved in computer of the automatic measurement system with the four-point probe positioning function, relying on the graphic recognition, the profile of resistivity, reduced to that of 23, in the cross-section of slices can be immediately obtained. The principle of this normalized matching method and the obtained results of TCR for crystal silicon are presented in this paper.

Key words: semiconductor TCR; resistivity profile; reduced resistivity; normalized polynomial match; non-linear function

1 引言

半导体的特性之一是它的电阻率随温度有较大的变化,因此受到人们的广泛注意^[1-3]. 通常用电阻率温度系数(TCR)来描述两者之间的关系.

$$= \rho_0(1 + C_T t + B_T t^2) \quad (1)$$

式中 C_T 和 B_T 分别是电阻率的一次(线性)和二次(非线性)温度系数. Tuft^[2] et al 研究了扩散硅电阻的温度系数并指出,当掺杂浓度在 10^{19} cm^{-3} 以下时电阻的温度非线性比较严重. 但没有一个表达式可描绘一次和二次温度系数与掺杂浓度的关系. Boukabache^[4] 研究了扩散硅的一次和二次温度系数,但相同掺杂浓度的电阻器的 C_T 和 B_T 值都有较大的差异.

目前,有关单晶的电阻率的温度系数(一次系数)比较完整且明确的是美国材料测试协会(ASTM)的结果,如图 1、2 所

示^[5].

横坐标是单晶硅的电阻率,其跨度为 5×10^{-4} 至 $5 \times 10^3 \text{ cm}$. TCR 的极小点处于 $2 \times 10^{-2} \text{ cm}$ (即 $5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). 压力传感器的力敏电阻通常采用 $5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 硼掺杂就基于这一点考虑,以减少热零点漂移^[1].

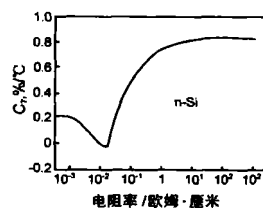


图 1 n-Si 的电阻率温度系数与电阻率关系及相应的多项式拟合(虚线)曲线

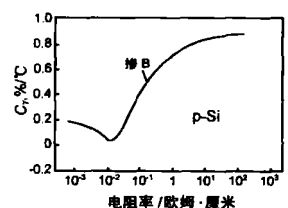


图 2 p-Si 的电阻率温度系数与电阻率关系及相应的多项式拟合(虚线)曲线

收稿日期:2004-09-06;修回日期:2005-03-02

基金项目:河北省重点学科,河北省自然科学基金(No. 602076),天津市自然科学基金(No. 013602011)

鉴于上述原因,本文所涉及的半导体电阻率温度关系采用 ASTM 曲线,这是 n 型和 p 型单晶硅的一次温度系数与单晶硅电阻率的关系.另外,我们已成功研制出具图像处理识别四探针定位功能的自动测试仪^[6],能测定室温环境下硅片的微区电阻率分布^[7].因此有必要将室温下测定的结果统一折合成 23 下的电阻率^[8]:

$$R_{23} = \frac{R}{1 + C_T(t - 23)}$$

以作对比比较.只要在仪器的测试系统中增加或插入一个电阻率温度系数的计算程序,依据上式立即可得到 23 下的折合电阻率分布.这样,仪器的自动测试系统便更趋完善.

如果用表格法来建立一个电阻率的温度系数与电阻率的非线性关系(图 1)数据库,那是相当庞大而且会增加搜索时间.因此我们采用非线性函数多项式拟合法,将表达式存入计算机中,与测量过程同步进行计算,立即可得到相应的电阻率的一次温度系数及折合成 23 下的电阻率.我们已提出一种规范化,标准的多项式拟合法^[9].已在单晶硅圆片电阻率测量中利用该方法实现范德堡函数的高精度反演^[10],以及传感器信号处理中取得较好的应用.对于这一规范方法我们讨论了为降低阶数而需要分段拟合时函数的连续性与部分重叠时导数的连续性^[9],以及多项式阶数及小数位数对拟合精度的影响^[11].这一规范化多项式拟合法以精度高、方法简单,与物理量大小范围无关,标准、规范为特点.本文就利用这一规范化方法来得到 n 型和 p 型硅的电阻率一次温度系数的 5 阶多项式.下面从此方法的基本原理出发,对整个作过程作一下介绍.

2 非线性关系的规范化拟合的基本原理

在文献[9]中作者提出了非线性函数 $y = f(x)$ 多项式拟合的规范化方法.均可以用一种标准的规范化的方法,将它表示成多项式

$$y = y_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots + a_nx^n + \dots \quad (1)$$

通常取到 $n = 5$ 便可以近似表达非剧变的非多极值的单值关系.即有

$$y - y_0 = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + \dots \quad (2)$$

为小量.

这种方法的要点是令 $x_n = nx_1$, n 为整数.即有横坐标等分点 $x_2 = 2x_1, x_3 = 3x_1, x_4 = 4x_1, x_5 = 5x_1, \dots, x_1$ 被称为横坐标的缩尺. $x = x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$, 按式(1)有 y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 , 相应应有 $y_1 = y_1 - y_0, y_2 = y_2 - y_0, y_3 = y_3 - y_0, y_4 = y_4 - y_0, y_5 = y_5 - y_0$, 及相应规范化同构矩阵 (n_{ij}^j) 及 $(n_{ij}^j)^{-1}$:

$$(n_{ij}^j) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 & 2^5 \\ 3 & 3^2 & 3^3 & 3^4 & 3^5 \\ 4 & 4^2 & 4^3 & 4^4 & 4^5 \\ 5 & 5^2 & 5^3 & 5^4 & 5^5 \end{pmatrix} \quad \text{及} \quad (n_{ij}^j)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 & 2^5 \\ 3 & 3^2 & 3^3 & 3^4 & 3^5 \\ 4 & 4^2 & 4^3 & 4^4 & 4^5 \\ 5 & 5^2 & 5^3 & 5^4 & 5^5 \end{pmatrix}^{-1} \quad (3)$$

且 $(n_{ij}^j)^{-1}(n_{ij}^j) = I, I$ 为单位矩阵.这与式(2)相对应有规范

化多项式

$$y - y_0 = an + bn^2 + cn^3 + dn^4 + en^5 \quad n=0,1,2,3,4,5 \quad (4)$$

其中

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = (n_{ij}^j)^{-1} \begin{pmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_0 \\ y_3 - y_0 \\ y_4 - y_0 \\ y_5 - y_0 \end{pmatrix} = (n_{ij}^j)^{-1} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

又

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot x_1^{-1} \\ b \cdot x_1^{-2} \\ c \cdot x_1^{-3} \\ d \cdot x_1^{-4} \\ e \cdot x_1^{-5} \end{pmatrix} \quad (6)$$

由此得到:

$$y = y_0 + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ x^5 \end{pmatrix} = y_0 + (ax_1^{-1} \quad bx_1^{-2} \quad cx_1^{-3} \quad dx_1^{-4} \quad ex_1^{-5}) \begin{pmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ x^5 \end{pmatrix} \quad (7)$$

也就是把 $y = y_0 + (i)^T \cdot (x^j)$ 这样的多项式化为一种标准的显式表达式:

其中 x_1 是 x 坐标的缩尺 ($= x_{\max}/5$), 取决于物理量的大小及范围. $(a \ b \ c \ d \ e)^T$ 就是式(5), 可见这是一种标准算法, 与 x 物理量及范围无关.

3 多项式拟合结果

半导体温度系数 ~ 电阻率非线性关系 对于 n 型, 如图 1 实线所示, 将电阻率横坐标 $x = \lg$ 分为五等份, 即 x 有等分点 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 对应电阻率值 $10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, (cm)$.

又令 $n = \lg + 3$, 然后由图 1(注放大后)取各等分点上的温度系数, 如表 1 所示.

表 1 电阻率各等分点上的 n 值及相应的 C_T 和 $y_n - y_0$ 的值

| / cm | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 1 | 10 | 10^2 |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-------|-----|--------|
| C_T %/ | 0.2 | 0 | 0.511 | 0.733 | 0.8 | 0.822 |
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $y_n - y_0$ | 0 | -0.2 | 0.311 | 0.533 | 0.6 | 0.622 |

第一步得到多项式 $y = y_0 + an + bn^2 + cn^3 + dn^4 + en^5$ 由式(5)得到 a, b, c, d, e 值, 可由以下的矩阵积得到:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.99999999999995 & -4.99999999999991 & 3.33333333333324 & -1.24999999999995 & 0.199999999999999 \\ -6.41666666666658 & 8.91666666666650 & -6.49999999999983 & 2.54166666666658 & -0.41666666666665 \\ 2.95833333333329 & -4.91666666666657 & 4.08333333333324 & -1.70833333333329 & 0.291666666666666 \\ -0.58333333333332 & 1.08333333333331 & -0.99999999999998 & 0.45833333333332 & -0.00833333333333 \\ 0.04166666666667 & -0.0833333333333 & 0.0833333333333 & -0.04166666666667 & 0.00833333333333 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.311 \\ 0.533 \\ 0.6 \\ 0.622 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.4039333 \\ 1.8577499 \\ -0.7879166 \\ 0.1437500 \\ -0.0096500 \end{pmatrix}$$

第二步得到

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot 1 \\ b \cdot 1 \\ c \cdot 1 \\ d \cdot 1 \\ e \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.4039333 \\ 1.8577499 \\ -0.7879166 \\ 0.1437500 \\ -0.0096500 \end{pmatrix}$$

最终得到非线性

函数关系的拟合多项式:

$$C_T(\lg) = 0.2 - 1.4039333n + 1.8577499n^2 - 0.7879166n^3 + 0.1437500n^4 - 0.0096500n^5 = 0.2 - 1.4039333(\lg + 3) + 1.8577499(\lg + 3)^2 - 0.7879166(\lg + 3)^3 + 0.1437500(\lg + 3)^4 - 0.0096500(\lg + 3)^5$$

利用该式计算的结果(表 2)与表 1 结果作一比较,可以看出上述拟合结果与原曲线上所取点的数据值吻合得很好.

表 2 经多项式拟合后的计算结果

| / cm | 10 ⁻³ | 10 ⁻² | 10 ⁻¹ | 1 | 10 | 10 ² |
|-------|------------------|------------------|------------------|-------|-----|-----------------|
| y/ %/ | 0.2 | 0 | 0.511 | 0.733 | 0.8 | 0.822 |

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.99999999999995 & -4.99999999999991 & 3.33333333333324 & -1.24999999999995 & 0.199999999999999 \\ -6.41666666666658 & 8.91666666666650 & -6.49999999999983 & 2.54166666666658 & -0.41666666666665 \\ 2.95833333333329 & -4.91666666666657 & 4.08333333333324 & -1.70833333333329 & 0.291666666666666 \\ -0.58333333333332 & 1.08333333333331 & -0.99999999999998 & 0.45833333333332 & -0.00833333333333 \\ 0.04166666666667 & -0.0833333333333 & 0.0833333333333 & -0.04166666666667 & 0.00833333333333 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.134 \\ 0.222 \\ 0.551 \\ 0.664 \\ 0.706 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.632133 \\ 0.6513333 \\ -0.1664167 \\ 0.0131667 \\ -0.0000500 \end{pmatrix}$$

第二步得到

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot 1 \\ b \cdot 1 \\ c \cdot 1 \\ d \cdot 1 \\ e \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.632133 \\ 0.6513333 \\ -0.1664167 \\ 0.0131667 \\ -0.0000500 \end{pmatrix}$$

最终得到非线性

关系拟合多项式

$$C_T(\lg) = 0.177778 - 0.6321333n + 0.6513333n^2 - 0.1664167n^3 + 0.0131666n^4 + 0.0000500n^5 = 0.177778 - 0.6321333(\lg + 3) + 0.6513333(\lg + 3)^2 - 0.1664167(\lg + 3)^3 + 0.0131666(\lg + 3)^4 + 0.0000500(\lg + 3)^5$$

利用该式计算的结果(表 4)与表 3 结果作一比较,可以看出上述拟合结果与原曲线上所取点的数据值吻合得很好.

表 4 经多项式拟合后的计算结果

| / cm | 10 ⁻³ | 10 ⁻² | 10 ⁻¹ | 1 | 10 | 10 ² |
|-------|------------------|------------------|------------------|-------|-------|-----------------|
| y/ %/ | 0.178 | 0.042 | 0.4 | 0.735 | 0.841 | 0.883 |

利用所得的多项式画出图形,如图 2 点划线所示.

4 结论

由以上的计算可以看出用多项式规范化方法拟合半导体温度系数~电阻率的关系曲线是可行的,误差很小.所得的温度系数~电阻率多项式可以存入单片机中,在四探针电

利用所得的多项式画出图形,如图 1 虚线所示:,可以看出拟合曲线与 ASTM 曲线是一致的.

对于 p 型,图 2 为其半导体温度系数~电阻率非线性实验关系,横坐标 $x = \lg$ 同样分 5 等分,等分点在 $= 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2$. 图中只对掺硼的曲线进行拟合.

取 $n = \lg + 3$,相应地有 $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. 由图 2 得到各等分点上得温度系数如表 3 所示:

表 3 p 型硅各等分点上的温度系数及 $n, y_n - y_0$ 各值

| / cm | 10 ⁻³ | 10 ⁻² | 10 ⁻¹ | 1 | 10 | 10 ² |
|-------------|------------------|------------------|------------------|-------|-------|-----------------|
| C_T / %/ | 0.178 | 0.044 | 0.4 | 0.729 | 0.842 | 0.884 |
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $y_n - y_0$ | 0 | -0.134 | 0.222 | 0.551 | 0.664 | 0.706 |

计算方法同上:

第一步得到多项式 $y = y_0 + an + bn^2 + cn^3 + dn^4 + en^5$

由式 5 可得 a, b, c, d, e 值,可由以下的矩阵积得到:

阻率分布自动测量中得到应用,能利用此多项式将在环境温度下测得的硅单晶电阻率直接转化为 23 下的值.

参考文献:

[1] S Kim, KD Wise. Temperature sensitivity in silicon piezoresistive pressure transducers[J]. IEEE Trans. Electron Devices, 1983, ED-30: 802 - 810.

[2] O N Tufte, et al. Piezoresistive properties of silicon diffused layers[J]. J Applied physics, 1963, 34(2): 313 - 317.

[3] Wim Bullis, F H Brewer, C D Kolstad, L J Swartzendruber. Temperature coefficient of resistivity of silicon and germanium near room temperature[J]. Solid State Electron, 1968, 11(7): 639 - 646.

[4] A Boukabache, P Pons, G Blasquez. Characterization and modeling of the mismatch of TCRs and their effects on the drift of the offset voltage of piezoresistive pressure sensors[J]. Sensors & Actuators, 2000, 84: 292 - 296.

[5] American Society for Testing and Materials, Annual Book of ASTM standards[S]. 1979, part43, F81.

[6] 刘新福,孙以材,刘东生,等.用改进的 Rymaszewski 公式及方形四探针法测定微区的方块电阻[J].物理学报, 2004, 53(8): 2461 - 2466.

Liu Xin-fu, Sun Yi-cai, Liu Dong-sheng, et al. The measurement of square resistance for microarea by square four - probe techniques and using a modified Rymaszewski's formula [J]. Acta Physics Sinica,

- 2004, 53(8):2461 - 2466.
- [7] 张艳辉,孙以材,刘新福. 斜置式方形探针测量单晶断面电阻率分布 mapping 技术[J]. 半导体学报,2004,25(6):682 - 686.
Zhang Yan-hui, Sun Yi-cai, Liu Xin-fu. Mapping Technique for Resistivity Distribution Measurement on Cross-Section of Original silicon Monocrystal Using Inclined-Placed square-Probe[J]. Chinese Journal of Semiconductor, 2004, 25(6):682 - 686.
- [8] 孙以材. 半导体测试技术[M]. 北京,冶金工业出版社,1984.
Sun Yi-cai. Measurement technique for semiconductor[M]. Beijing, Metallurgy Industry Publish House, 1984.
- [9] 孙以材,陈志永,王静. 传感器及固体电子学中非线性函数多项式拟合规范化[J]. 电子器件, 2004, 27(1):1 - 4.
Sun Yi-cai, Chen Zhi-yong, Wang Jing. Normalizing the polynomial-match for the non-linear function in transducers and solid states[J]. Chinese Journal of Electronics Device, 2004, 27(1):1 - 4.
- [10] 王静,孙以材,刘新福. 利用多项式拟合规范化方法实现范德堡函数的高精度反演[J]. 半导体学报, 2003, 24(8):817 - 821.
Wang Jing, Sun Yi-cai, Liu Xin-fu. Realization of Van der Pauw Function's Reversal Development with High Accuracy Using a Normalized Method of Polynomial Match[J]. Chinese Journal of Semiconductor, 2003, 24(8):817 - 821.
- [11] 李国玉,孙以材,潘国锋. 非线性函数规范化多项式拟合精度分析[J]. 传感器世界, 2004, 10(3):30 - 34.

Li Guo-yu, Sun Yi-cai, Pan Guo-feng. Precision analysis for normalized polynomials of non linear function[J]. Sensor world, 2004, 10(3):30 - 34.

作者简介:



孙以材 男,1961年毕业于上海交通大学,现为河北工业大学教授、博士生导师,从事半导体测量,传感器与氧敏器件,信息薄膜制备与研究,获省部级奖四次,三大索引论文30余篇,著译作四部. E-mail:pgfhe@163.com.



孟庆浩 男,1998年毕业于天津大学,获博士学位,现为天津大学教授,主要研究方向为智能机器人控制和导航机器人传感器及其信息处理技术,获省部级奖二项,三大索引论文十余篇,著作一部.

www.cnki.net